

①

La Funzione Sorgente

Sia N_1 l'intero da fattorizzare, composto da p fattori primi ed:

$$N = M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot \dots \cdot M_m \cdot N_1 \quad (1)$$

l'intero che si ottiene moltiplicando N_1 per m fattori primi distinti.

In riferimento alla (6) del capitolo 1°: "Combinazioni sorgente e coppie operate", l'indice J soddisfera la relazione:

$$1 \leq J \leq 2^{m+p-1} \quad (2)$$

Poniamo: $\delta_{1J} = (M_{1J} - 2)$; $\delta_{2J} = (M_{2J} - 2)$; (3)

con 2 intero

E ancora: $y_{0J} = \delta_{1J} + \delta_{2J} = (M_{1J} + M_{2J} - 2 \cdot 2)$; (4)

Indichiamo con β la quantità $(N - 2^2)$

$$\beta = N - 2^2 \quad (5)$$

Consideriamo la funzione:

$$y = \frac{x^2 + \beta}{2 + x} \quad (6)$$

Le soluzioni intere della (6) sono:

$$\begin{cases} x = \delta_{1J} \Rightarrow y = y_{0J} \\ x = \delta_{2J} \Rightarrow y = y_{0J} \end{cases} \quad (7)$$

infatti:

(2)

$$\begin{aligned}
 y(\delta_{15}) &= \frac{\delta_{15}^2 + \beta}{2 + \delta_{15}} = \frac{(M_{15} - 2)^2 + N - 2^2}{2 + \delta_{15}} = \\
 &= \frac{M_{15}^2 + \cancel{2^2} - 2 \cdot 2 \cdot M_{15} + N - \cancel{2^2}}{2 + \delta_{15}} = \frac{(M_{15}^2 - 2 \cdot 2 \cdot M_{15} + M_{15} \cdot M_{25})}{(2 + \delta_{15})} = \\
 &= \frac{M_{15} \cdot (M_{15} + M_{25} - 2 \cdot 2)}{M_{15}} = y_{0.5} \quad (8)
 \end{aligned}$$

analogamente:

$$\begin{aligned}
 y(\delta_{25}) &= \frac{\delta_{25}^2 + \beta}{2 + \delta_{25}} = \frac{(M_{25} - 2)^2 + N - 2^2}{M_{25}} = \frac{M_{25}^2 + \cancel{2^2} - 2 \cdot 2 \cdot M_{25} + N - \cancel{2^2}}{M_{25}} = \\
 &= \frac{M_{25} - 2 \cdot 2 \cdot M_{25} + M_{15} \cdot M_{25}}{M_{25}} = M_{25} - 2 + M_{15} = y_{0.5} \quad (9)
 \end{aligned}$$

Chiameremo la y la funzione "Sorgente"

$$y = \frac{x^2 + \beta}{2 + x} \Rightarrow x = \frac{y}{2} \pm \sqrt{\frac{y^2}{4} + 2y - \beta} \quad ; \quad (10)$$

$$y = y_{0.5} \Rightarrow x_1 = \delta_{15} \quad \text{e} \quad x_2 = \delta_{25} \quad ; \quad (11)$$

Si osserva ancora:

$$y = \frac{x^2 + \beta}{2 + x} = x + \frac{\beta - 2x}{2 + x} \quad ; \quad (12)$$

Per questo detto si ha:

$$\frac{(\beta - 2 \cdot \delta_{15})}{2 + \delta_{15}} = \delta_{25} \quad ; \quad (13)$$

Infatti: $y(\delta_{15}) = (\delta_{15} \quad \delta_{25})$

(3)

$$2 + \delta_{15} = M_{15} \Rightarrow (B - d \cdot \delta_{15}) = M_{15} \cdot \delta_{25}; \quad (14)$$

Invece:

$$\begin{aligned} (2 \cdot y_{05} - \beta) &= 2 \cdot (\delta_{15} + \delta_{25}) - \beta = 2 \cdot \delta_{15} + 2 \cdot \delta_{25} - \beta = \\ &= 2 \cdot (M_{15} - d) + 2 \cdot (M_{25} - d) - \beta = 2 \cdot M_{15} - 2d + 2M_{25} - 2d - \beta = \\ &= 2 \cdot M_{15} + 2 \cdot M_{25} - 2 \cdot d^2 - N + d^2 = 2 \cdot M_{15} + 2 \cdot M_{25} - M_{15} M_{25} - d^2 = \\ &= M_{15} \cdot (2 - M_{25}) + 2 \cdot (M_{25} - d) = -M_{15} \cdot (M_{25} - d) + 2 \cdot (M_{25} - d) = \\ &= (M_{25} - d) \cdot (2 - M_{15}) = -(M_{15} - d) \cdot (M_{25} - d) = \\ &= -\delta_{15} \cdot \delta_{25} \end{aligned}$$

↓

$$(2 \cdot y_{05} - \beta) = -\delta_{15} \cdot \delta_{25}; \quad (15)$$

Poniamo: $d_m = \left[\sqrt{k} \right]; \quad (16) \quad e$

$$d_{05} = \frac{(M_{15} + M_{25})}{2}; \quad (17)$$

allora:

$$\begin{aligned} y_{05} &= (M_{15} + M_{25} - 2 \cdot d_m) = 2 \cdot \left[\frac{(M_{15} + M_{25})}{2} - d_m \right] = \\ &= 2 \cdot (d_{05} - d_m) \end{aligned}$$

$$y_{05} = 2 \cdot (d_{05} - d_m); \quad (18)$$

A questo punto, per semplicità, rimodifichiamo la Terminologia. (4)
 Indichiamo con N il numero da fattorizzare composto
 dai primi M_1 ed M_2 . In base a quanto qui esposto è
 evidente che il discorso può farsi in generalità.

$$N = M_1 \cdot M_2; \quad (19)$$

$$N = f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \dots \cdot f_m = M_1 \cdot M_2; \quad (20)$$

Con $f_1, f_2, f_3 \dots f_m$ primi distinti.

$$F = f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \dots \cdot f_m; \quad (21)$$

Consideriamo il prodotto di u degli f_i , che indichiamo
 con f_{15} e il prodotto dei rimanenti v , f_i che indichiamo
 con f_{25} . N si può scrivere nella forma:

$$N = F_{15} \cdot F_{25} \cdot M_1 \cdot M_2 = F_{25} \cdot M_1 \cdot F_{15} \cdot M_2; \quad (22)$$

Le coppie distinte di raggruppamenti:

$$F_{25} \cdot M_1 \quad \text{e} \quad F_{15} \cdot M_2$$

Che contengono M_1 ed M_2 separatamente, per un
 numero pari a: 2^m

Se poniamo $M_1 < M_2$ e $F_{25} > F_{15}$ allora le
 coppie distinte sono in numero pari a: 2^{m-2}

Riprendiamo in esame la funzione seguente:

$$y = \frac{x^2 \beta}{x + \alpha_m}; \quad (23)$$

$$y_2 \frac{x^2 + \beta}{x + d_m} \Rightarrow x = \frac{y}{2} \pm \sqrt{\frac{y^2}{4} + d_m \cdot y - \beta}; \quad (24) \quad (5)$$

$$y = y_{05} \Rightarrow x = \frac{y_{05}}{2} \pm \sqrt{\frac{y_{05}^2}{4} + d_m \cdot y_{05} - \beta} = \begin{matrix} \delta_{15} \\ \delta_{25} \end{matrix}; \quad (25)$$

$$\begin{cases} \mu_{15} = d_m + \delta_{15} \\ \mu_{25} = d_m + \delta_{25} \end{cases}; \quad (26)$$

Neutro la quantità:

$$z = \sqrt{\frac{y_{05}^2}{4} + d_m \cdot y_{05} - \beta} = \frac{(\mu_{25} - \mu_{15})}{2}; \quad (27)$$

Infatti:

$$\begin{aligned} \frac{y_{05}^2}{4} + d_m \cdot y_{05} - \beta &= \frac{(\mu_{15} + \mu_{25} - 2d_m)^2}{4} + d_m \cdot (\mu_{15} + \mu_{25} - 2d_m) + \\ &\quad - \mu_{15} \cdot \mu_{25} + d_m^2 = \\ &= \frac{\mu_{15}^2 + \mu_{25}^2 + 4d_m^2 + 2\mu_{15}\mu_{25} - 4\mu_{15}d_m - 4\mu_{25}d_m + 4\mu_{15}d_m + 4\mu_{25}d_m - 8d_m^2}{4} \\ &\quad + \frac{-4\mu_{15}\mu_{25} + 4d_m^2}{4} = \\ &= \frac{\mu_{15}^2 + \mu_{25}^2 - 4\mu_{15}\mu_{25}}{4} \\ &= \frac{(\mu_{25} - \mu_{15})^2}{4} = \left[\frac{(\mu_{25} - \mu_{15})}{2} \right]^2 \end{aligned}$$

Si ricorda che abbiamo supposto $\mu_{25} > \mu_{15}$;

Poniamo: $\alpha = [\sqrt{N}]$; (28)

e: $L_n = f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot \dots \cdot f_m \cdot d_n$; (29)

con $\alpha_n = \left[\frac{\sqrt{N}}{f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot \dots \cdot f_m} \right]$; (30)

Si avrà:

$$\begin{aligned} \beta_n &= N - \alpha_n^2 = f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot \dots \cdot f_m \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot f_1^2 \cdot f_2^2 \cdot f_3^2 \cdot \dots \cdot f_m^2 \cdot \alpha_n^2 = \\ &= f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot \dots \cdot f_m (M_1 \cdot M_2 \cdot f_1 f_2 f_3 \cdot \dots \cdot f_m \alpha_n^2) = \\ &= F_{15} \cdot F_{25} (N - f_1 f_2 f_3 \cdot \dots \cdot f_m \alpha_n^2) = F_{15} \cdot F_{25} \cdot \beta_n ; (31) \end{aligned}$$

con $\beta_n = (N - f_1 f_2 f_3 \cdot \dots \cdot f_m \cdot \alpha_n^2)$; (32)

Supponiamo ancora: $\frac{F_{25}}{F_{15}} < \frac{M_2}{M_1}$; (33)

allora:
$$\begin{cases} \delta_{15} = F_{25} - h_{15} \\ \delta_{25} = F_{15} - h_{25} \end{cases} ; (34)$$

Altrve: $\frac{F_{25}}{F_{15}} > \frac{M_2}{M_1}$; (35)

in altra:
$$\begin{cases} \delta_{15} = F_{15} \cdot h_{25} \\ \delta_{25} = F_{25} \cdot h_{15} \end{cases} ; (36)$$

È evidente che:

$$(L_n \cdot y_{05} - \beta_n) = -h_{15} \cdot h_{25} ; (37)$$

Infatti dalla (15): $(\alpha \cdot y_{0j} - \beta) = -\delta_{1j} \cdot \delta_{2j} \Rightarrow$

(7)

$$F_{1j} \cdot F_{2j} \cdot d_n \cdot y_{0j} - F_{1j} \cdot F_{2j} \cdot \beta_n = F_{1j} \cdot h_{1j} \cdot F_{2j} \cdot h_{2j} \Rightarrow$$

$$F_{1j} \cdot F_{2j} \cdot (d_n \cdot y_{0j} - \beta_n) = F_{1j} \cdot F_{2j} \cdot h_{1j} \cdot h_{2j} \Rightarrow$$

$$(d_n \cdot y_{0j} - \beta_n) = -h_{1j} \cdot h_{2j}$$

Consideriamo ora:

$$M = m_1 \cdot m_2 \quad \text{ed} \quad F = f_1 \cdot f_2, \quad (38)$$

Supponiamo che:

$$(1^a) \quad \frac{f_2}{f_1} < \frac{m_2}{m_1}; \quad (39)$$

$$N = f_1 \cdot f_2 \cdot M_1 \cdot M_2; \quad (40)$$

$$d_n = f_1 \cdot f_2 \cdot d_n; \quad (41)$$

$$\beta_n = N - d_n^2; \quad (42)$$

$$x = \frac{y}{2} \pm \sqrt{\frac{y^2}{4} + d_n y - \beta_n}; \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \beta_n &= (f_1 \cdot f_2 \cdot M_1 \cdot M_2 - f_1^2 \cdot f_2^2 \cdot d_n^2) = f_1 \cdot f_2 (M_1 \cdot M_2 - f_1^2 \cdot f_2^2 \cdot d_n^2) = \\ &= f_1 \cdot f_2 (N - f_1^2 \cdot f_2^2 \cdot d_n^2) = f_1 \cdot f_2 \cdot \beta_n \end{aligned}$$

$$\text{Con:} \quad \begin{cases} d_n = \left[\frac{d_n}{f_1 \cdot f_2} \right] \\ \beta_n = \frac{\beta_n}{f_1 \cdot f_2} \end{cases}; \quad (44)$$

Si allora:

$$(\alpha_n \cdot y - \beta_n) = -h_1 \cdot h_2; \quad (45)$$

con
$$\begin{cases} y = f_1 \cdot \alpha + r; \\ -h_1 = f_1 \cdot \delta + a \\ h_2 = f_2 \cdot r + b + \alpha \end{cases} \quad (46) \Rightarrow$$

$$[\alpha_n (f_1 \alpha + r) - \beta_n] = (f_1 \delta + a) [f_2 r + b + \alpha]; \quad (47)$$

Poniamo ancora:

$$r = (f_1 \cdot b - f_2 \cdot a); \quad (48) \Rightarrow$$

$$\delta = \frac{(r + f_2 \cdot a)}{f_1}; \quad (49)$$

Si allora:

$$\begin{aligned} y &= (f_1 \cdot h_2 + f_2 \cdot h_1) = f_1 \cdot (f_2 r + b + a) - f_2 \cdot (f_1 \delta + a) = \\ &= \cancel{f_1 f_2 \delta} + f_1 \cdot b + f_1 \cdot a - \cancel{f_1 f_2 r} - f_2 \cdot a = \\ &= f_1 a + (f_1 \cdot b - f_2 \cdot a) = (f_1 \cdot \alpha + r) \\ y &= f_1 \cdot \alpha + r; \quad (50) \end{aligned}$$

$$[\alpha_n \cdot (f_1 \cdot a + r) - \beta_n] = (f_1 \cdot r + a)(f_2 \cdot r + b + a); \quad (51) \quad (9)$$

$$\begin{cases} m_1 = f_1 \cdot \alpha_n + h_1 \\ m_2 = f_2 \cdot \alpha_n + h_2 \end{cases}; \quad (52)$$

$$[\alpha_n \cdot (f_1 \cdot a + r) - \beta_n] = (f_1 \cdot r + a)(f_2 \cdot r + b + a) \Rightarrow$$

$$\alpha_n \cdot f_1 \cdot a + \alpha_n \cdot r - \beta_n = (f_1 \cdot r + a)(f_2 \cdot r + b) + (f_1 \cdot r + a) \cdot a \Rightarrow$$

$$\alpha_n \cdot f_1 \cdot a - (f_1 \cdot r + a) \cdot a = \beta_n - \alpha_n \cdot r + (f_1 \cdot r + a) \cdot (f_2 \cdot r + b); \Rightarrow$$

$$[\alpha_n \cdot f_1 - (f_1 \cdot r + a)] \cdot a = \beta_n - \alpha_n \cdot r + (f_1 \cdot r + a) \cdot (f_2 \cdot r + b) \Rightarrow$$

$$a = \frac{[\beta_n - \alpha_n \cdot r + (f_1 \cdot r + a) \cdot (f_2 \cdot r + b)]}{[\alpha_n \cdot f_1 - (f_1 \cdot r + a)]}, \quad (53)$$

Supponiamo ora che:

(10)

$$(2^{\circ}) \quad \frac{f_2}{f_1} > \frac{n_2}{n_1} \quad (54)$$

$$n_2 = (f_2 \cdot a - f_1 \cdot b) \quad (55)$$

$$a = \frac{(n_2 + f_1 \cdot b)}{f_2} \quad (56)$$

$$b = \frac{(f_2 \cdot a - n_2)}{f_1} \quad (57)$$

$$\begin{cases} h_1 = f_1 \cdot r + a \\ -h_2 = f_2 \cdot r + b - Q \end{cases} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} y &= f_1 \cdot h_1 + f_2 \cdot h_2 = f_2 \cdot (f_1 \cdot r + a) - f_1 \cdot (f_2 \cdot r + b - Q) = \\ &= \cancel{f_1 \cdot f_2 \cdot r} + f_2 \cdot a - \cancel{f_1 \cdot f_2 \cdot r} - f_1 \cdot b + f_1 \cdot Q = \end{aligned}$$

$$y = f_1 \cdot Q + r \quad (59)$$

$$\begin{cases} M_1 = (f_1 \cdot d_n + h_1) \\ M_2 = (f_2 \cdot d_n + h_2) \end{cases}$$

$$[d_n (f_1 \cdot Q + r) - B_n] = (f_1 \cdot r + a) (f_2 \cdot r + b - Q)$$

da cui:

$$Q = \frac{[B_n - d_n \cdot r + (f_1 \cdot r + a) (f_2 \cdot r + b)]}{[d_n \cdot f_1 + (f_1 \cdot r + a)]} \quad (60)$$

Exemplo 1

(11)

$$M = 1229 \times 2027 = 2.491.183;$$

$$N = 13 \times 23 \times 1229 \times 2027 = 744.863.714;$$

$$\alpha_1 = 13 \times 23 \times 91 = 27209; \alpha_0 = 27309; y_0 = 200;$$

$$\frac{f_2}{f_1} > \frac{m_2}{m_1}; y_0 = 200; \beta = 4.534.036;$$

$$x = \frac{y}{2} \pm \sqrt{\frac{y^2}{4} + 27209y - 4534036}; \quad \begin{cases} 200 = 13 \times 15 + 5; \\ Q = 15; r = 5; \end{cases}$$

$$y_0 = 200 \Rightarrow x = 100 \pm 958 = \begin{cases} -858 = -13 \times 66 \\ +1058 = 23 \times 46 \end{cases}$$

$$y_0 = (h_1 + h_2) = -20$$

$$\begin{cases} h_1 = 13x + a \\ h_2 = -(23x + b - a) \end{cases}; \quad \begin{cases} a=3; Q=15; Q=4; b=12; r=5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_1 = 13x + 7 \\ h_2 = -(23x + 12 - 15) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_1 = 46; \\ h_2 = -66; \end{cases}$$

$$\alpha_n = 91; \beta_n = 15164;$$

$$(91 \cdot y - 15164) = -h_1 \cdot h_2$$

$$(91 \cdot 200 - 15164) = 46 \times 66$$

$$3036 = 3036;$$

Se Consideriamo invece l'altra possibilità:

(19)

$$N = (13 \times 1229) \times (23 \times 2027) \text{ sarebbe:}$$

$$y = 8180; \Rightarrow x = 4090 \pm 15322 = \begin{cases} -11232 = -13 \times 864 \\ 19412 = 23 \times 844 \end{cases};$$

$$y_0 = (h_1 + h_2) = -20;$$

$$h_1 = -864;$$

$$h_2 = 8444;$$

Si osserva che mentre y assume valori diversi h è costante

$$n = (23a - 13b) \Rightarrow b = \frac{(23a - n)}{13};$$

$a; n; b$

1; 10; 1

2; 7; 3

3; 4; 5

4; 1; 7

5; 12; 8

6; 8; 10

$\rightarrow 7; 5; 12$

8; 2; 14

9; 12; 15

10; 9; 17

11; 6; 19

12; 3; 21 $\leftarrow$

13; 0; 23

$n; a; b$

0; 13; 23

1; 4; 4

2; 8; 14

3; 12; 21 $\leftarrow$

4; 3; 5

$\rightarrow 5; 4; 12$

6; 11; 19

7; 2; 3

8; 6; 10

9; 10; 17

10; 1; 1

11; 5; 8

12; 9; 15

$$y = f \cdot a + n \Rightarrow a = 629; n = 3; 8180 = 13 \times 629 + 3;$$

$$a = 12; b = 21 \Rightarrow \begin{cases} 864 = 23 \times 64 + 21 - 629 \\ 844 = 13 \times 64 + 12 \end{cases}$$

$$b = 64;$$

Consideriamo ancora: $\frac{f_2}{f_1} < \frac{m_2}{m_1}$

$$\int (d\alpha \cdot g - \beta_2) = -h_1 \cdot h_2$$

$$\Rightarrow \int g = f_1 \cdot h_2 + f_2 h_1$$

$$d\alpha (f_1 h_2 + f_2 h_1) - \beta_2 = -h_1 \cdot h_2$$

$$f_1 \cdot d\alpha \cdot h_2 + f_2 d\alpha \cdot h_1 - \beta_2 = -h_1 \cdot h_2$$

$$f_1 \cdot d\alpha \cdot h_2 + h_1 \cdot h_2 = -f_2 d\alpha \cdot h_1 + \beta_2$$

$$(f_1 \cdot d\alpha + h_1) \cdot h_2 = \beta_2 - f_2 d\alpha \cdot h_1$$

$$h_2 = \frac{(\beta_2 - f_2 \cdot d\alpha \cdot h_1)}{(f_1 \cdot d\alpha + h_1)} \quad (61)$$

$$(h_1 + h_2) = h_1 + \frac{(\beta_2 - f_2 \cdot d\alpha \cdot h_1)}{f_1 \cdot d\alpha + h_1} =$$

$$= \frac{(f_1 d\alpha h_1 + h_1^2 + \beta_2 - f_2 d\alpha \cdot h_1)}{(f_1 \cdot d\alpha + h_1)} \Rightarrow$$

$$(h_1 + h_2) = \frac{-(f_2 - f_1) d\alpha h_1 + h_1^2 + \beta_2}{(f_1 \cdot d\alpha + h_1)}$$

Per questo $g_2 = (h_1 + h_2) \cdot h_1 \cdot h_2$

$$g_2 = \frac{[(f_1 - f_2) \cdot d\alpha \cdot h_1 + h_1^2 + \beta_2]}{(f_1 \cdot d\alpha + h_1)} \quad (62)$$

Si osserva ancora che:

(14)

$$y_2 = (h_1 + h_2) = -f_1 \cdot x - a + f_2 \cdot x + b + a = (f_2 - f_1) \cdot x + (b - a) + a$$

$$y_2 = (f_2 - f_1) \cdot x + (b - a) + a \quad (63)$$

È ancora dalla (61):

$$h_2 = \frac{(P_2 - f_2 \cdot x - h_1)}{(f_1 \cdot x + h_1)} \Rightarrow$$

$$f_1 \cdot x \cdot h_2 + h_1 \cdot h_2 = P_2 - f_2 \cdot x \cdot h_1 \Rightarrow$$

$$f_1 \cdot x \cdot h_2 + f_2 \cdot x \cdot h_1 = P_2 - h_1 \cdot h_2$$

$$x \cdot (f_1 h_2 + f_2 h_1) = P_2 - h_1 h_2 \Rightarrow$$

$$x \cdot y - P_2 = -h_1 \cdot h_2 \quad (64)$$

Relazione più nota.

Dalla (62)

$$f_1 \cdot x \cdot y_2 + y_2 \cdot h_2 = (f_1 - f_2) x \cdot h_1 + h_1^2 + P_2 \Rightarrow$$

$$h_1^2 + (f_1 - f_2) x \cdot h_1 - y_2 h_1 + P_2 - f_1 \cdot x \cdot y_2 = 0;$$

$$h_1^2 + [(f_1 - f_2) x - y_2] \cdot h_1 + P_2 - f_1 x y_2 = 0$$

$$h_1 = \frac{[y_2 + (f_2 - f_1)x] \pm \sqrt{[y_2 + (f_2 - f_1)x]^2 - 4(P_2 - f_1 x y_2)}}{2} \quad (64)$$

$$x \cdot f_1 = f_2 = 1 \Rightarrow y_n = y \text{ e } \beta_n = \beta \Rightarrow h = x = 0$$

(95)

$$h = x = \frac{y \pm \sqrt{y^2 + 4\alpha y - \beta}}{2} \Rightarrow$$

$$h = x = \frac{y}{2} \pm \sqrt{\frac{y^2}{4} + \alpha \cdot y - \beta} \quad (65)$$

$$h_1 = \frac{[y_n + (p_n - f_1)\alpha] - \sqrt{[y_n + (p_n - f_1)\alpha]^2 - 4(p_n - f_1 \cdot \alpha y_n)}}{2}; \quad (66)$$

$$Q^2) \quad \frac{f_2}{f_1} > \frac{m_2}{m_1}$$

(16)

$$\begin{cases} (d_2 \cdot y - \beta_2) = -h_1 \cdot h_2 \\ y = f_1 h_2 + f_2 h_1 \end{cases} \Rightarrow h_2 = \frac{(\beta_2 - f_2 d_1 h_1)}{(f_1 d_2 + h_1)}; \quad (67)$$

$$\begin{cases} h_1 = f_1 x + a \\ h_2 = f_2 x + b - Q \end{cases}; \quad (68)$$

$$\begin{aligned} y &= (f_1 h_2 + f_2 h_1) = f_1 (-f_2 x - b + Q) + f_2 (f_1 x + a) = \\ &= \cancel{f_1 f_2 x} - f_1 b + f_1 Q + \cancel{f_2 f_1 x} + f_2 a = \\ &= f_1 Q + f_2 a - f_1 b = f_1 Q + r; \Rightarrow \\ y &= f_1 Q + r; \quad (69) \end{aligned}$$

Exemplo 2

$$M = 163 \times 331 = 53953;$$

$$N = 4 \times 23 \times 163 \times 331 = 8.686.433;$$

$$\frac{23}{4} > \frac{331}{163} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} > \frac{m_2}{m_1}$$

$$\alpha_m = 4 \times 23 \times 18 = 2898, \alpha_0 = 3033; \beta_0 = 220; \beta_n = 1789.$$

$$y = 220 \Rightarrow x = 135 \pm 716 = \begin{cases} -581 = -4 \times 83 \\ 851 = 23 \times 37 \end{cases}$$

$$220 = 4 \times 38 + 4; \quad y_n = (h_1 + h_2) = -46;$$

$$n = (23a - 7b) \Rightarrow b = \frac{(23a - n)}{7};$$

$$\begin{array}{l} a; \quad n; \quad b; \\ 1; \quad 2; \quad 3 \\ \Rightarrow 2; \quad 4; \quad 6 \\ 3; \quad 6; \quad 9 \\ 4; \quad 1; \quad 13 \\ 5; \quad 3; \quad 16 \\ 6; \quad 5; \quad 19 \\ 7; \quad 0; \quad 23 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} n; \quad a; \quad b \\ 0; \quad 4; \quad 23 \\ 1; \quad 4; \quad 13 \\ 2; \quad 1; \quad 3 \\ 3; \quad 5; \quad 16 \\ 4; \quad 2; \quad 6 \leftarrow \\ 5; \quad 6; \quad 19 \\ 6; \quad 3; \quad 9 \end{array}$$

$$\begin{cases} h_1 = f_1 \cdot x + a \\ h_2 = -(f_2 \cdot x + b - a) \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} a = 2; \quad b = 6; \quad n = 4 \\ a = 38; \quad b = 5 \end{array}$$

$$(18y - 1789) = (4x + a)(23x + b - a) \Rightarrow$$

$$18 \cdot 220 - 1789 = (4 \times 5 + 2)(23 \times 5 + 6 - 38);$$

$$3071 = 3071 \text{ e.V.V.};$$

L'altra possibilità avrebbe dato:

$$N_2 = (4 \times 163) \times (23 \times 331)$$

$$L_n = 2898; \quad d_0 = 4344; \quad y_0 = 2958;$$

$$x = \frac{y}{n} \pm \sqrt{\frac{y^2}{4} + 2898y - 288029}$$

$$y = 2958 \Rightarrow x = -1479 \pm 3236 = \begin{cases} -1757 = -4 \times 251 \\ +4715 = 23 \times 205 \end{cases};$$

$$y = 2958 = 4 \times 422 + 4;$$

$$Q = 422; \quad n = 4;$$

$$205 = 4x + 2 \Rightarrow x = 29$$

$$251 = 23x + 6 - 422 \Rightarrow x = 29;$$

$$y_2 = (h_1 + h_2) = (205 - 251) = -46$$

y_2 non cambia.

Example 3

$$n = 4039 \times 1913 = 1.987.607;$$

$$N = 13 \times 23 \times 1039 \times 1913 = 594296493; \quad \frac{f_1}{f_2} < \frac{n_1}{n_2};$$

$$\alpha_m = 13 \times 23 \times 81 = 24219; \alpha_0 = 24383; \gamma_0 = 328;$$

$$\beta = 4734532;$$

$$y = 13 \times 25 + 3, \quad Q = 25; \quad n = 3; \quad y = f_1 \cdot Q + n;$$

$$x = \frac{y}{2} \pm \sqrt{\frac{y^2}{4} + 24219y - 4734532}$$

$$y = 328 \Rightarrow x = 164 \pm 486 = \begin{cases} -322 = -23 \times 14 \\ 650 = 13 \times 50 \end{cases};$$

$$n_2 (f_1 \cdot b - f_2 \cdot a) \Rightarrow b = \frac{(n + f_2 a)}{f_1}, \quad b = \frac{(n + 23a)}{13};$$

a; n; b.

1; 3; 2

2; 6; 4

3; 9; 6

4; 12; 8

5; 15; 10

6; 18; 12

7; 21; 14

8; 24; 16

9; 27; 18

10; 30; 20

11; 33; 22

12; 36; 24

13; 39; 26

14; 42; 28

15; 45; 30

(20)

$$\begin{cases} h_1 = -(13x + a) \\ h_2 = 23x + b + d \end{cases}$$

$$a = 1; b = 2; n = 3; Q = 25; \sigma = 1$$

$$\begin{cases} h_1 = -(13 \times 1 + 1) = -14; \\ h_2 = 23 \times 1 + 2 + 25 = 50 \end{cases} \Rightarrow y_n = (h_1 + h_2) = 36;$$

$$24219 - 7734532 = -\delta_1 \cdot J_n \text{ ovvero:}$$

$$81y - 25868 = h_1 \cdot h_2$$

$$700 \approx 700 \text{ C.V.}$$

$$y_n = (f_2 - f_1) \cdot r + (b - a) + Q = 10 \times 1 + 1 + 25 = 36;$$

$$M_1 = \frac{(24219 - 322)}{23} = 1039; \quad M_2 = \frac{(24219 + 650)}{13} = 1913$$

$$N = (13 \times 1039) \times (23 \times 1913)$$

$$\alpha_n = 24219; \alpha_0 = 28953; y_0 = 9068;$$

$$x = \frac{y}{n} \pm \sqrt{\frac{y^2}{4} + 24219y - 7734532}; \quad -10712 = -13 \times 824;$$

$$y = 9068 \Rightarrow x = 4534 \pm 15246 = \sqrt{19780 = 23 \times 860}$$

$$y_2 = (860 - 824) = 36; \quad y_n \text{ non esubia}$$

$$M_1 = \frac{(24219 - 10712)}{13} = 1039;$$

$$M_2 = \frac{(24219 + 19780)}{23} = 1913$$

(21)

$$\Delta = \left[y_2 + (f_2 - f_1) \Delta z \right]^2 - 4 \times \left[B_2 - f_1 \cdot \Delta z \cdot y_2 \right] =$$

$$= \left[9.10 \times 81 \right]^2 - 4 \times \left[25868 - 13 \times 81 \times y_2 \right]$$

$$y_2 = 36 \Rightarrow \Delta = 763876 = 874^2; \quad (M_2 - M_1) = 874;$$

Example 4

$$N = 49 \times 31 \times 1219 \times 9027 = \pm 1667306787.$$

$$d_n = 19 \times 31 \times 65 = 38285; \quad P_n = 1.565.562.$$

$$d_n = 65; \quad P_n = 2658; \quad y_0 = 42; \quad \frac{f_2}{f_1} < \frac{M_2}{M_1};$$

$$x = \frac{y}{2} \pm \sqrt{\frac{y^2}{4} + 38285y - 1.565562}$$

$$y = 42 \Rightarrow x = 21 \pm 207 = \begin{cases} 186 = 31 \times 6 \\ 278 = 19 \times 12 \end{cases}$$

$$(d_n \cdot y - P_n) = -h_1 \cdot h_2 \Rightarrow 42 = 6 \times 12 \text{ (v.v.)}$$

$$y = f_1 q + r; \quad 42 = 19 \times 2 + 4; \Rightarrow r = 4; \quad q = 2;$$

$$r = 0; \quad |h_1| = f_1 r + a \Rightarrow r = 6;$$

$$|h_2| = f_2 r + b \text{ (v.v.) } b = 10;$$

$$r = (f_2 b - f_1 a) = (19 \times 10 - 31 \times 6) = 4;$$